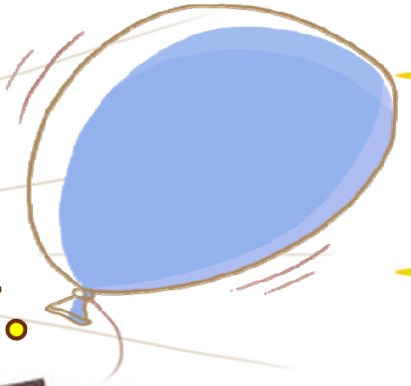
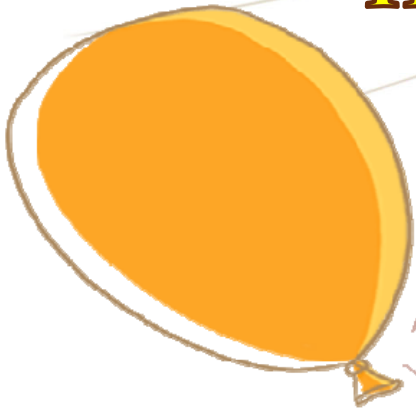



Тіла обертання.  
Розв'язання задач  
практичного змісту.





**«... Покажи мені –  
і я запам'ятаю.  
Дай мені діяти самому –  
і я навчуся...»**

китайська мудрість.

**« Допоможіть розрахувати»  
Просьте допомоги кухарі:**

**Задача** Циліндрична форма має діаметр 20 см і висоту 6 см. В неї кладуть 1 л тіста, об'єм якого при випіканні збільшиться 1,5 раза. Чи не буде тісто вилазити через край форми?

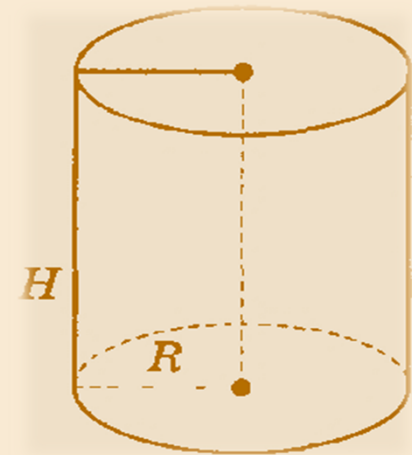
**Розв'язування:**

$$V = \pi R^2 H;$$

$$V = 3,14 \cdot 100 \cdot 6 = 1881 \text{ см}^3 = 1,881 \text{ л} - \text{об'єм форми};$$

$$1 \cdot 1,5 = 1,5 \text{ л} - \text{об'єм тіста}$$

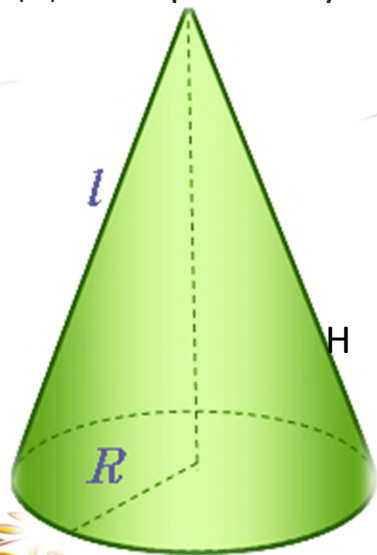
$1,881 > 1,5$  значить, тісто вилазити не буде.



**« Допоможіть розрахувати »  
Просьте допомоги кухарі:**

**Задача**

Визначте об'єм наповнювача для рожка морозива конічної форми, діаметр основи верхньої частини якого 6см, твірна 15см. Скільки літрів наповнювача потрібно для приготування 20 рожків?



Розв'язування:

$$V = 1/3 \pi R^2 H;$$

$$H^2 = L^2 - R^2; H^2 = 15^2 - 3^2$$

$$H = 14,7 \text{ см};$$

$$V = 1/3 \cdot 3,14 \cdot 9 \cdot 14,7 = 138(\text{ см}^3);$$

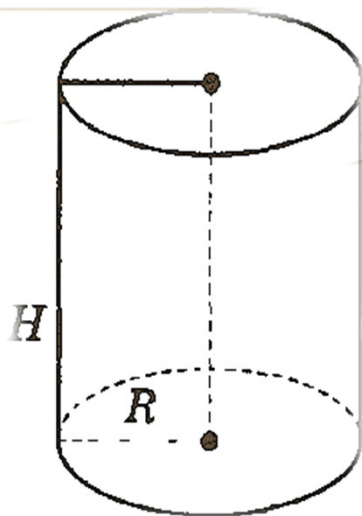
$$138 \cdot 20 = 2760 \text{ см}^3 = 2,76 \text{ л.}$$

Відповідь: 2,76 л.

**« Допоможіть розрахувати»  
Просьте допомоги кухарі:**

Задача

Яка повинна бути висота циліндричної каструлі з діаметром дна 26 см, щоб в ній можна було приготувати 0,75 л плодово – ягідного киселю?



**Розв'язування:**

$$0,75 \text{ л} = 0,75 \text{ дм}^3; \quad 26 \text{ см} = 2,6 \text{ дм};$$

$$V = \pi R^2 H; \quad H = 0,14 \text{ дм}$$

Це ми знайшли висоту киселю. Згідно до охорони праці, заповнення посуду повинно бути 80%.

$$0,14 \text{ дм} - 80\%$$

$$x - 100\%$$

**Відповідь: 0.175 дм.**



**« Допоможіть розрахувати »  
Просьте допомоги кухарі:**

**Задача.** Скільки потрібно квадратних сантиметрів сахарної мастики, щоб покрити торт у вигляді кулі, діаметр якої 25 см? (На шви і обрізки додати 5% матеріалу).

**Розв'язання:**

$$d = 0,25 \text{ м}; S = 4\pi R^2;$$

$$S = 4 \cdot 3,14 \cdot (0,125)^2 \approx 0,196 \text{ (м}^2\text{)}.$$

Обчислимо 5% від даної площі

$$S_1 = 0,196 \cdot 0,05 = 0,0098 \text{ (м}^2\text{)}.$$

Отже, всього потрібно матеріалу:

$$0,196 + 0,0098 = 0,206 \text{ (м}^2\text{)} = 2060 \text{ (см}^2\text{)}.$$

**Відповідь: 2060 см<sup>2</sup>.**



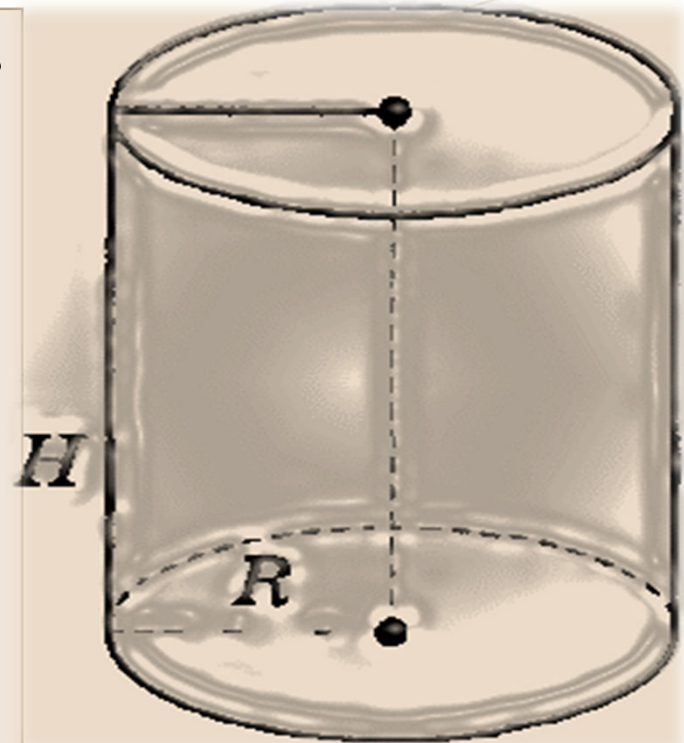
«Допоможіть розрахувати»  
Просьте допомоги кухарі:

**Задача** Знайти об'єм пасхи яка буде випікатись в формі розміри якої діаметр якої 20 см, висота 7см.

**Розв'язування:**

$$V = \pi R^2 H \quad V = 3,14 \cdot 10^2 \cdot 7 = 2198 \text{ (см}^3\text{)}.$$

**Відповідь: 2198 (см<sup>3</sup>).**



**« Допоможіть розрахувати »  
Просьте допомоги кухарі:**

Задача. Розлити 4 л фруктового мусу в конічні фужери висотою 9 см і діаметром основи 8 см. Скільки фужерів потрібно ?

**Розв'язування:**

$$1\text{ л} = 4\text{ дм}^3 = 4000\text{ см}^3;$$

$$V_{\text{б}} = \pi R^2 H;$$

$$V_{\text{б}} = 3,14 \cdot 4^2 \cdot 9 = 432(\text{см}^3);$$

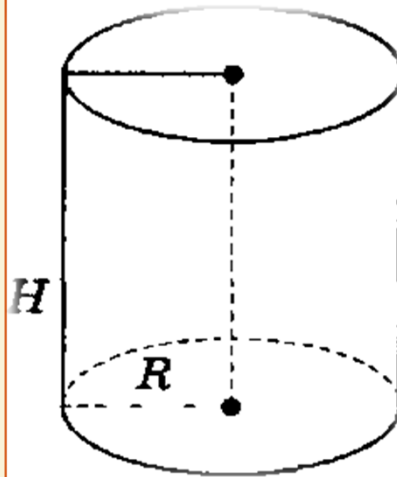
$$4000 : 432 \approx 9 \text{ фужерів.}$$





**« Допоможіть розрахувати»  
Просьте допомоги кухарі:**

Задача В циліндричній каструлі діаметром 20 см и висотою 12 см готують тісто для пасок Для випікання пасок його треба розкласти в циліндричні форми діаметром 8 см и висотою 5 см. Скільки форм знадобиться, якщо їх заповнити потрібно до половини?



Розв'язування:

$$V_k = \pi R^2 H;$$

$$V_k = 3,14 \cdot 100 \cdot 12 = 3768 \text{ см}^3;$$

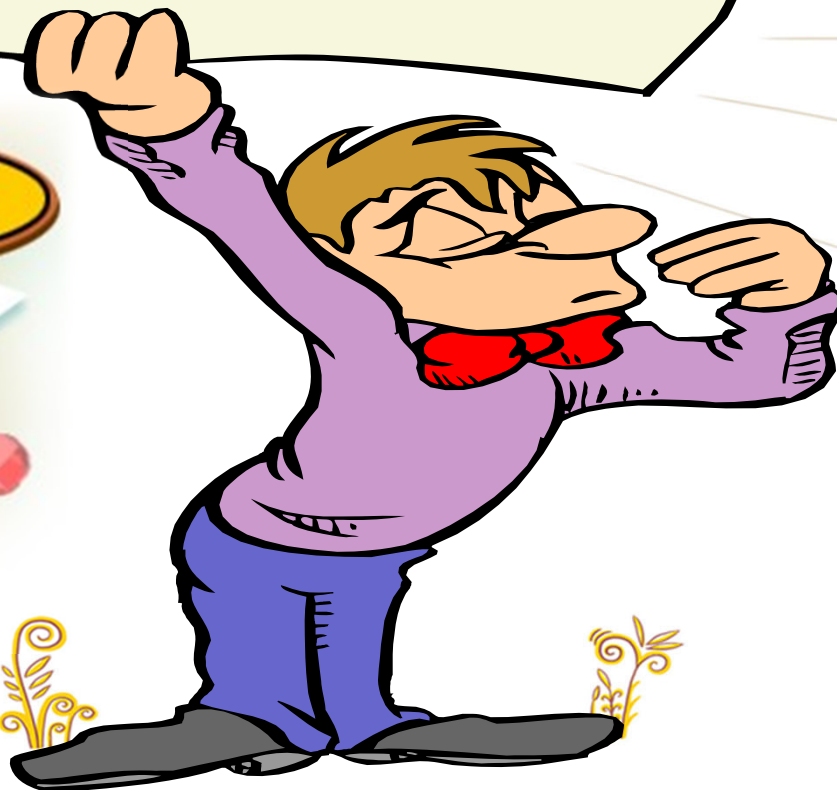
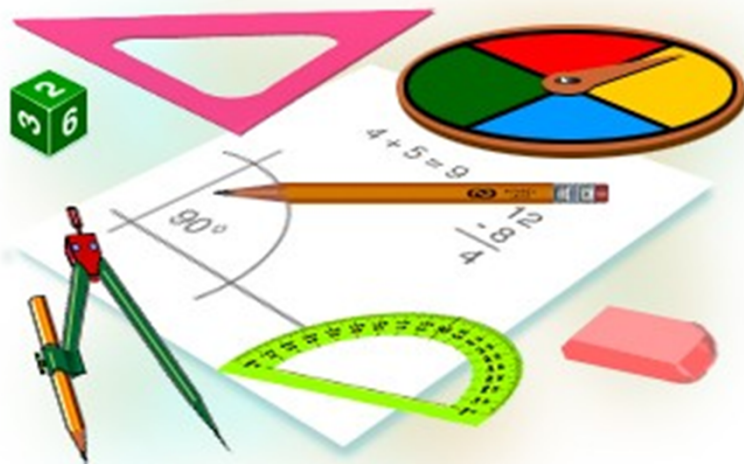
$$V_\phi = \pi r^2 h;$$

$$V_\phi = 3,14 \cdot 16 \cdot 2,5 = 125,6 \text{ см}^3;$$

$$3768 : 125,6 = 30 \text{ форм потрібно}$$

# Домашнє завдання.

Розглянути розв'язання задач  
практичного змісту, та  
зробити конспект.



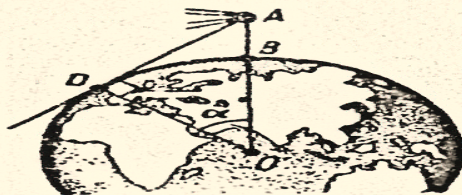
# Геометрія. Тіла обертання.

## №1

У той момент, коли штучний супутник Землі перебуває на висоті 328 км над пунктом  $B$ , з пункту  $D$  супутник видний на обрії. Скільки градусів містить дуга  $BD$ ?

### Рішення

Позначимо  $\angle BOD = \alpha$ . Із прямокутного  $\triangle AOD$  маємо  $\cos \alpha = \frac{OD}{OB+BA}$ . Радіус Землі 6371 км і висота супутника 328 км. Отже,  $\cos \alpha \approx 0,9511$ , звідки  $\alpha \approx 18$ .

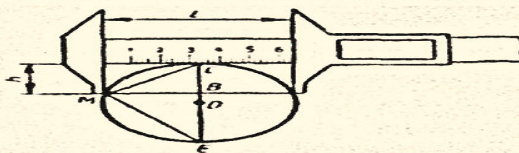


## №2

Є циліндрична заготовка великого діаметра. Як обчислити діаметр цієї заготовки, користуючись штангенциркулем?

### Рішення

$\triangle CME$  прямокутний, тому що  $\angle CME = 90^\circ$ .  $MB \perp CE$ , отже,  $MB^2 = BE \cdot BP$ . З малюнка видно, що  $BM = \frac{l}{2}$ ,  $BP = h$ , а  $BE = D - h$ . Одержуємо, що  $\frac{l^2}{4} = (D-h)h$ , або  $\frac{l^2}{4} + h^2 = Dh$ , звідки  $D = h + \frac{l^2}{4h}$ .

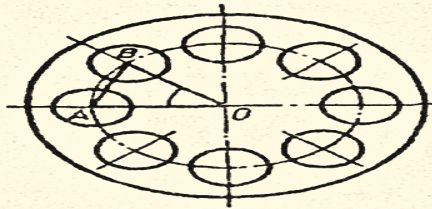


## Геометрія. Тіла обертання.

На кришці парового циліндра діаметром 350 мм потрібно просвердлити 8 отворів для болтів. Знайдіть відстань між центрами отворів, якщо ці центри повинні відстояти від країв кришки на 50 мм.

### Рішення

За умовою задачі  $AO = BO = 125$  мм,  $\angle AOB = 45^\circ$ . По теоремі косинусів з  $\triangle AOB$   $AB^2 = AO^2 + BO^2 - 2AO \cdot BO \cdot \cos AOB$ , звідки  $AB^2 \approx 9153$  мм<sup>2</sup>, тобто  $AB \approx 95,6$  мм.



### №4

З листа жерсті зробили одну трубу діаметром 18 см і з такого ж листа зробили три однакові труби тієї ж довжини. Витрати жерсті на шви трьох труб такі ж, як і на шви однієї першої. Обчислити радіус однієї з менших труб.

### Рішення

Нехай радіус однієї з менших труб дорівнює  $x$ , тоді  $2\pi x = \frac{\pi d}{3}$ , звідки  $x = 3$  см.

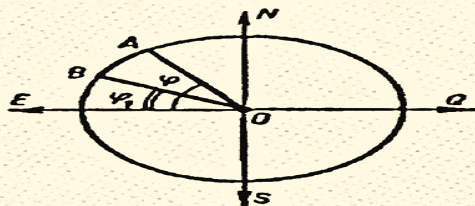
## Геометрія. Тіла обертання.

### №5

Як обчислити радіус Землі, якщо широти пунктів  $A$  і  $B$ , у яких зроблені виміри, рівні відповідно  $\varphi$  і  $\varphi_1$ , а довжина дуги меридіана між ними дорівнює  $s$ ?

### Рішення

Довжину дуги  $AB$  можемо вважати по формулі  $l = \frac{\pi R \Delta\varphi}{180^\circ}$ . За умовою задачі  $s = \frac{\pi R(\varphi - \varphi_1)}{180^\circ}$  звідки  $R = \frac{180 \cdot s}{\pi(\varphi - \varphi_1)}$



### №6

Найбільша відстань автоматичної станції від поверхні Місяця дорівнює 135 км, найменша - 127 км. Вважаючи орбіту станції круговою, знайдіть її довжину, якщо радіус Місяця дорівнює 1738 км.

### Рішення

Довжина орбіти  $z = 2\pi\alpha$ , де  $\alpha = H + R$ ,  $H = \frac{H_1 + H_2}{2}$ ,  $R \approx 1738$  км,  $H_1 = 135$  км,  $H_2 = 127$  км. Отже,  $z = 2\pi \cdot \left(\frac{H_1 + H_2}{2} + R\right) \approx 11737$  км.

## Геометрія. Тіла обертання.

### №7

Найбільша відстань від поверхні Землі штучного супутника, дорівнює 1477 км, найменша - 265 км. Обчислити довжину орбіти супутника, вважаючи її круговою.

### Рішення

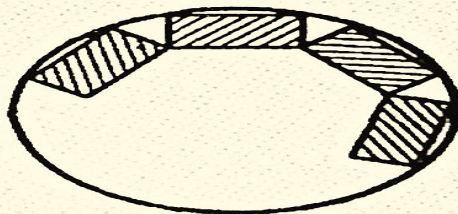
Довжина орбіти знаходиться по формулі  $C = 2\pi R$ , де  $\alpha = H + R$ ,  
 $R = 6371$  км,  $H = \frac{H_1 + H_2}{2} = 871$  км, тоді  $\alpha = 7242$  км, отже,  $C \approx 45\,479,76$   
км  $\approx 45\,500$  км.

### №8

Колодязь циліндричної форми, що має в діаметрі 135 см, а глибину 380 м, треба викласти цеглою. Скільки штук цегли для цього буде потрібно, якщо розмір цегли 25 x 12 x 6,5 см?

### Рішення

Довжина кола, діаметр якого менше діаметра колодязя на подвоєну ширину цегли, дорівнює  $\pi d \approx 351$  см. Довжину кола ділимо на довжину цегли, одержуємо  $351:25 \approx 14$  цеглин покладено в один ряд. Таких рядів буде  $380 : 6,5 \approx 59$ . Отже, буде потрібно цегли  $14 \cdot 59$ , тобто 826 штук.



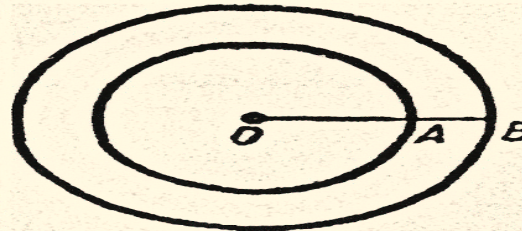
## Геометрія. Тіла обертання.

### №9

Довжина кола 29,25 см, товщина знятої стружки - 0,5 см. Обчислити довжину кола вала до обробки.

### Рішення

Нехай  $OA = r$ ,  $OB = R$ , тоді  $R = r + 0,5$ . За умовою  $2\pi r = 39,25$ , звідки  $r = \frac{39,25}{2\pi}$ . Знайдемо довжину кола вала  $2\pi R = 2\pi(r+0,5) \approx 42,4$  см.

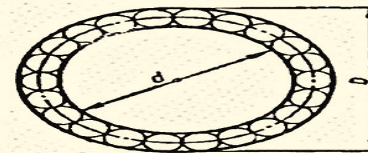


### №10

Скільки кульок необхідно для укомплектування шарикопідшипника, якщо зовнішній діаметр шарикопідшипника  $D = 200$ , внутрішній  $d = 180$ , діаметр кожної кульки  $d_m = 10$ ?

### Рішення

Діаметр кола, що проходить через центри кульок,  $d_1 = \frac{D+d}{2}$ , а його довжина  $l = \pi d_1 = \pi \frac{D+d}{2}$ . Необхідне число кульок  $n = \frac{l}{d_m} \approx 59,66$ , тобто необхідно 59 кульок.



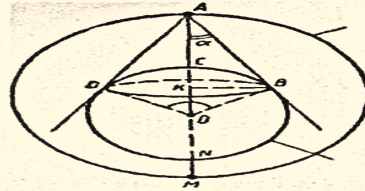
## Геометрія. Тіла обертання.

### №11

Максимальне віддалення орбітальної станції від поверхні Землі (в апогеї) 260 км, мінімальне (у перигеї) - 219 км. Знайдіть величину кута, під яким спостерігається Земля зі станції в той момент, коли станція перебуває в апогеї. Яка довжина дуги земної поверхні в площині орбіти станції, спостережуваної із цієї ж точки?

### Рішення

За умовою задачі  $AC = H_2 = 260$  км. Потрібно визначити  $\angle BAD$  і довжину  $\cup BCD$ . Із прямокутного  $\triangle ABO$  знаходимо  $\sin \alpha = \frac{OB}{AO} \approx 0,9616$ , звідки  $\alpha \approx 74^\circ 05'$ , тоді  $\angle BAD = 2\alpha \approx 148^\circ 10'$ . Довжина дуги  $\frac{\pi r}{180^\circ} \beta$ , де  $\beta \approx 180^\circ - 148^\circ 10' = 31^\circ 50'$ .  $l_{BCD} \approx 3540$  км.



### №12

Дерево має 1,88 м в обхваті. Чому дорівнює площа поперечного перерізу, що має (приблизно) форму кола?

### Рішення

За умовою задачі  $2\pi R = 1,88$  м, звідки  $R \approx 0,3$  м. Площа поперечного переріза  $S = \pi R^2 \approx 0,28$  м<sup>2</sup>.

